TEST 测评卷　班级:______ 姓名:______ 得分:______

单元素养测评卷（一）

第一章

时间:120分钟　分值:150分

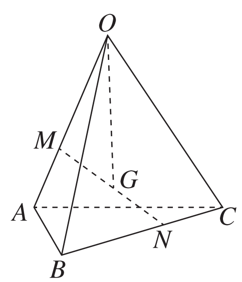
一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 下列向量中,与向量 $\boldsymbol{a}=(2,-3,1)$ 平行的是　(　　)

A. $(1,1,1)$　　B. $(-2,3,1)$

C. $\left(-\frac{2}{3},1,-\frac{1}{3}\right)$　　D. $(-2,-1,1)$

2. [2024·广东东莞虎门外语学校高二月考] 如图,在四面体 O-ABC 中,M,N 分别在棱 OA,BC 上,且满足 $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{MA}$,$\overrightarrow{BN}=2\overrightarrow{NC}$,点 G 是线段 MN 的中点,则 $\overrightarrow{OG}=$　(　　)



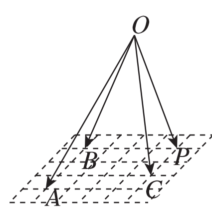
A. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{6}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{OC}$

C. $\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OC}$

D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OC}$

3. 如图,平面 α 内的小方格均为正方形,点 A,B,C,P 均在平面 α 内,O 为平面 α 外一点,设 $\overrightarrow{OP}=m\overrightarrow{OA}+n\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}$,则 $m+n$ 的值为　(　　)



A. 1　　B. -1

C. 2　　D. -2

4. 已知直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{s}=(-1,1,1)$,平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(2,x^2+x,-x)$,若直线 l∥平面 α,则实数 x 的值为　(　　)

A. -2　　B. $-\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}$　　D. $\pm\sqrt{2}$

5. 已知 $\boldsymbol{a}=(3,0,4)$,$\boldsymbol{b}=(-3,2,5)$,则向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量是　(　　)

A. $\frac{11}{25}(-3,2,5)$　　B. $\frac{11}{38}(-3,2,5)$

C. $\frac{11}{25}(3,0,4)$　　D. $\frac{11}{38}(3,0,4)$

6. [2024·福建师大附中期末] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,经过点 $P(x_0,y_0,z_0)$,且法向量为 $\boldsymbol{m}=(A,B,C)$ 的平面方程为 $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$,经过点 $P(x_0,y_0,z_0)$ 且一个方向向量为 $\boldsymbol{n}=(\mu,\upsilon,\omega)(\mu\upsilon\omega\neq0)$ 的直线 l 的方程为 $\frac{x-x_0}{\mu}=\frac{y-y_0}{\upsilon}=\frac{z-z_0}{\omega}$.阅读上面的材料并解决下面的问题:现给出平面 α 的方程为 $3x-5y+z-7=0$,经过点 $(0,0,0)$ 的直线 l 的方程为 $\frac{x}{3}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-1}$,则直线 l 与平面 α 所成角的正弦值为　(　　)

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$　　B. $\frac{\sqrt{10}}{35}$

C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$　　D. $\frac{\sqrt{5}}{7}$

7. 在四面体 $OABC$ 中,$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=0$,$|\overrightarrow{OC}|=\frac{3}{2}|\overrightarrow{OB}|=3|\overrightarrow{OA}|=3$,$\overrightarrow{OD}=2\overrightarrow{DC}$,若点 G 为△ABC 的重心,则点 G 到直线 BD 的距离为　(　　)

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{6}$

8. [2024·北理工附中高二期中] 在棱长为 2 的正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 中,E 为 BC 的中点,点 P 在底面 $ABCD$ 上移动,且满足 $B_1P\perp D_1E$,则线段 B_1P 长度的最大值为　(　　)

A. 2　　B. 3　　C. $2\sqrt{2}$　　D. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

二、选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求,全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 下列说法正确的是　(　　)

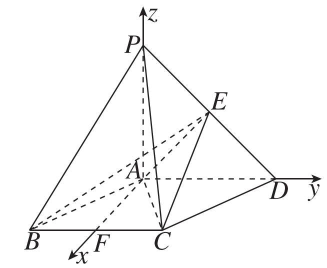
A. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个空间向量,则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 一定共面

B. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是三个空间向量,则 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 一定不共面

C. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是两个空间向量,则 $(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})^2=\boldsymbol{a}^2\cdot\boldsymbol{b}^2$

D. 设 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是三个空间向量,则 $\boldsymbol{a}\cdot(\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c})=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$

10. 在四棱锥 P-$ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为菱形,$\angle ABC=60°$,$PA\perp$平面 $ABCD$,$PA=AC=2$,E,F 分别为 PD,BC 的中点,若以 A 为原点,以 $\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AP}$ 的方向分别为 x,y,z 轴的正方向,建立如图所示的空间直角坐标系 $Axyz$,则(　　)



A. 点 B 的坐标为 $(\sqrt{3},-1,0)$

B. $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{AC}=2$

C. $\overrightarrow{BE}=(-\sqrt{3},2,1)$

D. 平面 ACE 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(1,\sqrt{3},-\sqrt{3})$

11. 在正四棱锥 P-$ABCD$ 中,$AB=1$,$PB=2$,E 是 PC 的中点.设正四棱锥 P-$ABCD$ 与三棱锥 E-BCD 的体积分别为 V_1,V_2,PB,PC 与平面 BDE 所成的角分别为 α,β,则　(　　)

A. PA∥平面 BDE　　B. $PC\perp$平面 BDE

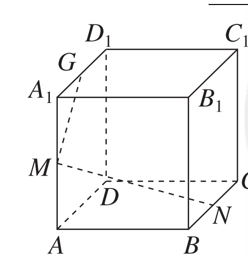
C. $V_1:V_2=4:1$　　D. $\sin\alpha:\sin\beta=1:2$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 若平面 α 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(-\sqrt{3},1,1)$,直线 l 的一个方向向量为 $\boldsymbol{a}=(\sqrt{3},1,1)$,则 l 与 α 所成角的正弦值为________.

13. [2024·辽宁葫芦岛协作校高二期中] 在空间直角坐标系 $Oxyz$ 中,点 $M(1,0,3)$,$N(0,2,0)$,点 P 在 Ozx 平面内,且 $PM=PN$,请写出一个满足条件的点 P 的坐标:________.

14. [2024·深圳外国语学校高二月考] 如图,已知正方体 $ABCD$-$A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 4,M,N,G 分别是棱 AA_1,BC,A_1D_1 的中点,设 Q 是该正方体表面上的一点,若 $\overrightarrow{MQ}=x\overrightarrow{MG}+y\overrightarrow{MN}(x,y\in\mathbf{R})$,则点 Q 的轨迹围成图形的面积是________,$\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{MQ}$ 的最大值为________.

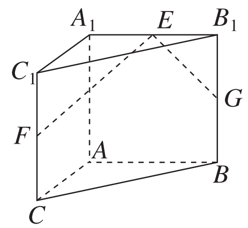


四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (13 分)如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，E,F,G 分别为 A_1B_1,CC_1,BB_1 的中点，分别记 $\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AA_1}$ 为 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$.

(1)用 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 表示 $\overrightarrow{EF},\overrightarrow{EG}$；

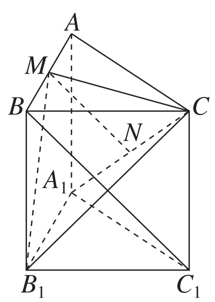
(2)若 $AB=AC=AA_1=2,AB\perp AC$，求 $|\overrightarrow{EF}+2\overrightarrow{EG}|$.



16. (15 分)如图，在直三棱柱 $ABC\text{-}A_1B_1C_1$ 中，$\angle ABC=90°$，$AB=BC=BB_1=2$，M,N 分别是 AB,A_1C 的中点.

(1)求证：MN∥平面 BCC_1B_1；

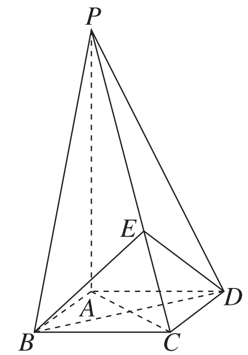
(2)求直线 BC_1 与平面 MB_1C 所成角的正弦值.



17. (15 分)如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，$PA\perp$平面 $ABCD$，底面四边形 $ABCD$ 是正方形，$PA=2AD$，点 E 为 PC 上的点，$PE=2EC$.

(1)求证：平面 $PAC\perp$平面 BDE；

(2)若 $AD=1$，求点 C 到平面 BDE 的距离.

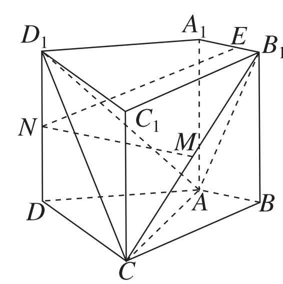


18. (17 分)如图，在四棱柱 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，侧棱 $A_1A\perp$底面 $ABCD$，$AB\perp AC$，$AB=1$，$AC=AA_1=2$，$AD=CD=\sqrt{5}$，且点 M 和 N 分别为 B_1C 和 D_1D 的中点.

(1)求证：MN∥平面 $ABCD$；

(2)求平面 ACD_1 与平面 ACB_1 夹角的余弦值；

(3)设 E 为棱 A_1B_1 上的点，若直线 NE 和平面 $ABCD$ 所成角的正弦值为 $\dfrac{1}{3}$，求线段 A_1E 的长.



19. (17 分)[2024·合肥一中高二期中] 如图，在四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，侧面 PAD 为等边三角形，顶点 P 在底面上的射影在正方形 $ABCD$ 外部，设点 E,F 分别为 PA,BC 的中点.

(1)证明：BE∥平面 PDF；

(2)若四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的体积为 $\dfrac{4\sqrt{2}}{3}$，设点 G 为棱 PB 上的一个动点(不含端点)，求直线 AG 与平面 PCD 所成角的正弦值的最大值.